

باسمہ تعالیٰ

ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۳/۴	نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی	۱۴۰۱	دانش آموزان روزانه بزرگسال و داوطلبان آزادسرا سرکشی در نوبت خرداد ماه سال	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

۱	عبارت های زیر را کامل کنید. الف) اگر ماتریس $\begin{bmatrix} r & m-1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ یک ماتریس همانی باشد حاصل $r + m$ برابر با است. ب) اگر در بیضی خروج از مرکز به عدد صفر نزدیک شود کشیدگی بیضی کمتر شده و بیضی به نزدیکتر می شود. پ) نقطه $A(1, -2)$ در دایره به معادله $x^3 - 2x + 2y = 0$ قرار دارد. ت) اگر سه بردار \bar{a} ، \bar{b} و \bar{c} در یک صفحه باشند آنگاه حجم متوازی السطوح بنا شده توسط سه بردار برابر است.	۱
۱/۵	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. سپس شکل صحیح عبارت نادرست را بنویسید. الف) اگر A یک ماتریس 3×3 و $ A = 5$ باشد آنگاه $ 2A = 40$ است. ب) اگر صفحه P به گونه ای باشد که هر دو نکة بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور نباشد، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک هذلولی است. پ) در شکل رو برو اگر خط d در نقطه M بر بیضی مماس باشد، زاویه $\alpha = \beta = 60^\circ$ است. ت) برای دو بردار واحد \vec{i} و \vec{j} حاصل ضرب خارجی $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{0}$ است..	۲
۱	اگر $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ مقادیر a و b را طوری به دست آورید که $A \times B$ ماتریس قطری باشد.	۳
۱/۲۵	ماتریس A مربعی مرتبه سه به صورت $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ باشد، $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ و $a_{ij} = \begin{cases} i+j & i=j \\ j & i>j \\ 0 & i<j \end{cases}$ که الف) ماتریس A را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید. ب) دترمینان ماتریس B را محاسبه کنید.	۴
۱/۲۵	دستگاه $\begin{cases} 2x+y=4 \\ 2x+4y=15 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.	۵
۱/۵	نقاط B ، A و C در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از A و B به یک فاصله و از C به فاصله ۳ سانتی متر باشد (بحث کنید).	۶
۱	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن نقطه $(-1, 1)$ و بر خط $3x - 4y + 3 = 0$ مماس باشد.	۷
	ادامه سوالات در صفحه دوم	

ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۳/۴	نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی	دانش آموزان روزانه بزرگسال و داوطلبان آزادسرا سرکشی در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱		

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۸	<p>در یک بیضی افقی به مرکز مبدأ مختصات طول قطرها برابر ۱۰ و ۶ است،</p> <p>(الف) خروج از مرکز بیضی را بیابید</p> <p>(ب) مختصات کانون ها (F', F), A', A)، مختصات دوسر قطر بزرگ (A', B) را به دست آورید.</p> <p>(پ) بیضی را روی محور مختصات رسم کنید.</p>	۱/۵
۹	<p>الف) معادله متعارف و فاصله کانونی سهمی به معادله $y = -2x^2 - 8x + 9 = 0$ را بیابید.</p> <p>ب) مختصات راس، کانون و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.</p>	۱/۵
۱۰	<p>در شکل روپرتو سهمی با رأس A و کانون F و خط هادی d رسم شده است، از کانون F به نقطه دلخواه M روی سهمی وصل کرده و امتداد داده اینم تا خط d را در N قطع کند و از نقطه M، MN را برابر d عمود کرده ایم.</p> <p>ثابت کنید: $\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$</p>	۱/۲۵
۱۱	شکل کلی (نمودار) مر بوط به رابطه $2 \leq y \leq x^2$ را رسم کنید.	۰/۵
۱۲	<p>با توجه به شکل، به سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>(الف) نام و جه از شکل که معادله آن به صورت زیر مشخص شده را بنویسید.</p> $x = 2, 0 \leq y \leq 4, 0 \leq z \leq 3$ <p>(ب) معادلات مربوط به پاره خط (یال) AD را بنویسید</p> <p>(پ) مختصات نقطه D را بنویسید.</p> <p>(ت) معادله صفحه ای را بنویسید که موازی با صفحه XOZ باشد و مکعب مستطیل را نصف کند.</p>	۱/۵
۱۳	<p>سه بردار $\vec{k} - \vec{j} + 3\vec{i}$ و $\vec{a} = \vec{i} + \vec{k}$ و $\vec{b} = (0, 2, 1)$ در نظر بگیرید</p> <p>(الف) زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} برابر با θ باشد $\cos\theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \vec{b} }$ را ببرد.</p>	۱/۷۵
۱۴	دو بردار \vec{a} و \vec{b} مفروض اند به طوری که $ \vec{a} = 6$ و $ \vec{b} = 4$ و $ \vec{a} \times \vec{b} = 24$ درجه است مقدار عبارت $ \vec{a} \times \vec{b} $ را محاسبه کنید.	۱
۱۵	اگر $\vec{A} = (2, -1, 3)$ و $\vec{B} = (3, 1, 4)$ و $\vec{C} = (-1, 1, 5)$ سه رأس مثلث ABC باشند، مساحت مثلث ABC را با استفاده از ضرب خارجی بردارها به دست آورید.	۱/۵
۱۶	برای دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} ثابت کنید دو بردار \vec{a} و \vec{b} برهمن عمودند اگر و فقط اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.	۱
	موفق و سر بلند باشید	جمع نمره
		۲۰

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۰۴	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی	دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) دو (۰/۲۵) ب) دایره (۰/۲۵) پ) داخل (۰/۲۵) ص ۴۶ ت) صفر (۰/۲۵) ص ۸۴	۱
۲	الف) درست (۰/۲۵) ص ۳۱ ب) درست (۰/۲۵) ص ۳۵ پ) نادرست (۰/۲۵) ص ۷۹ $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$	۱/۵
۳	$A \times B = \begin{bmatrix} ۴+۳a & -۸+۲a \\ b-۳ & -۲b-۲ \end{bmatrix}_{(۰/۵)} \Rightarrow \begin{cases} ۲a-۸=۰ \\ b-۳=۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{۴}{۲} \\ b=\frac{۳}{۲} \end{cases}$ ص ۲۱	۱
۴	الف) ص ۲۱ و ۲۸ ب) $A = \begin{bmatrix} ۲ & ۰ & ۰ \\ ۱ & ۴ & ۰ \\ ۱ & ۲ & ۶ \end{bmatrix}_{(۰/۵)}$ $ B = ۳۹ \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵
۵	ص ۲۴ $X = A^{-1} \times B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{15} \begin{bmatrix} ۴ & -۱ \\ -۷ & ۲ \end{bmatrix}_{(۰/۵)} \times \begin{bmatrix} ۴ \\ ۱۵ \end{bmatrix}_{(۰/۲۵)} = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \end{bmatrix}_{(۰/۲۵)} \quad x = 1.y = ۲$	۱/۲۵
۶	مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله اند، عمود منصف پاره خط AB است. (۰/۲۵) و مکان هندسی نقاطی که از نقطه C به فاصله ۳ واحد باشد، دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۳ است. (۰/۲۵) بنابراین نقطه برخورد خط عمود منصف (d) و دایره جواب مسئله است. (نقاط D و E) الف) اگر خط عمود منصف (d) و دایره یکدیگر را در دو نقطه قطع کنند مسئله دو جواب دارد (۰/۲۵). ب) اگر مماس شوند مسئله یک جواب دارد (۰/۲۵). پ) در صورتی که یکدیگر را قطع نکنند مسئله جواب ندارد (۰/۲۵).	۱/۵
۷	ص ۴۳ $d = \frac{ 3(1) - 4(-1) + 3 }{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{10}{5} = 2 \quad (۰/۵) \quad (x-1)^2 + (y+1)^2 = 4 \quad (۰/۵)$	۱
	«ادامه در صفحه دوم»	

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۰۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسرکشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	$\begin{cases} 2a = 10 \rightarrow a = 5 \\ 2b = 6 \rightarrow b = 3 \end{cases} \rightarrow a' = b' + c' \rightarrow c = 4 \quad (۰ / ۲۵) \quad \frac{c}{a} = \frac{4}{5} \quad (۰ / ۲۵)$ <p>(الف)</p> $A(5,0), A'(-5,0) \quad (۰ / ۲۵) \quad F(4,0), F'(-4,0) \quad (۰ / ۲۵) \quad B(0,3), B'(0,-3) \quad (۰ / ۲۵)$ <p>(ب)</p> <p>پ) رسم بیضی $(۰ / ۲۵)$</p> <p>اگر مختصات رئوس و کانونها را روی محور نشان دهد و رسم انجام شود نمره کامل لحاظ شود.</p>	۱/۵
۹	<p>الف) معادله متعارف سهمی $y - 1 = 8(x - 1) \quad (۰ / ۵)$ و فاصله کانونی $a = 2 \quad (۰ / ۲۵)$</p> <p>ب) رأس سهمی $(1,1) \quad (۰ / ۲۵)$ معادله خط هادی $x = -1 \quad (۰ / ۰)$ و مختصات کانون آن $(3,1) \quad (۰ / ۲۵)$</p>	۵۵ ص
۱۰	<p>روش اول:</p> <p>با تعریف سهمی $MF = MT$ مثلث MFT متساوی الساقین است. $\hat{MFT} = \hat{TFM}$ $(۰ / ۲۵)$</p> <p>از طرفی با توجه خطوط موازی $FT \parallel MT$ و مورب FH نتیجه می شود $FH \parallel MT$ $(۰ / ۲۵)$</p> <p>از (۱) و (۲) نتیجه می شود TF نیمساز است. با توجه قضیه نیمساز در مثلث FHN داریم:</p> $\frac{NF}{FH} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{FH=2FA} \frac{NF}{2FA} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{\times 2} \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH} \quad (۰ / ۲۵)$ <p>روش دوم:</p> <p>با توجه به قضیه تالس در مثلث NHF: $FH \parallel MT$</p> $\frac{NM}{MF} = \frac{NT}{TH}$ $\frac{MT}{FH} = \frac{NM}{NF} \xrightarrow{MT=MF(۰ / ۲۵)} \left\{ \frac{NF}{FH} = \frac{NM}{MF} \right. \xrightarrow{FH=2FA(۰ / ۲۵)} \left. \frac{NF}{FA} = \frac{NT}{TH} \right.$ $\xrightarrow{\times 2} \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH} \quad (۰ / ۲۵)$	۱/۲۵
۱۱	رسم نمودار $(۰ / ۵)$	۵۵ ص
	«ادامه در صفحه سوم»	

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۰۴	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی	دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	$y = 4$ (ب) $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ y = 4 \\ z = 3 \end{cases}$ (۰/۲۵) CDFG (الف)	۱/۵
۱۳	$\vec{a} = (2, 3, -1), \vec{b} = (1, 0, 1)$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta \rightarrow 1 = \sqrt{14} \sqrt{2} \cos \theta \rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2\sqrt{7}}$ (۰/۲۵) $\vec{d} = \vec{b} - \vec{c} = (1, -2, 0)$ (۰/۲۵) $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{d}}{ \vec{d} } \vec{d} = \frac{-4}{5} (1, -2, 0)$ (۰/۲۵) $ \vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \sin 30^\circ = 2(6)(4)\left(\frac{1}{2}\right) = 24$ (۰/۲۵)	۱/۷۵
۱۴	$ \vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \sin 30^\circ = 2(6)(4)\left(\frac{1}{2}\right) = 24$ (۰/۲۵)	۱
۱۵	$\vec{AB} = (1, 2, 1), \vec{AC} = (-3, 2, -3)$ (۰/۵) $\vec{AB} \times \vec{AC} = (-8, 0, 8)$ (۰/۵), $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \vec{AB} \times \vec{AC} = 4\sqrt{2}$ (۰/۵)	۱/۵
۱۶	$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \longleftrightarrow \vec{a} \vec{b} \cos \theta = 0 \longleftrightarrow \cos \theta = 0 \longleftrightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$ (۰/۲۵)	۱
	"مصحح گرامی، به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود"	۲۰